

$$i_R = 17.7 V_R - 103.79 V_R^2 + 229.62 V_R^3 - 226.31 V_R^4 + 83.72 V_R^5 \text{ mA}$$

• Equazioni di stato.

Devo esprimere  $i_1$  e  $V_2$  in funzione di  $V_1$  e  $i_2$

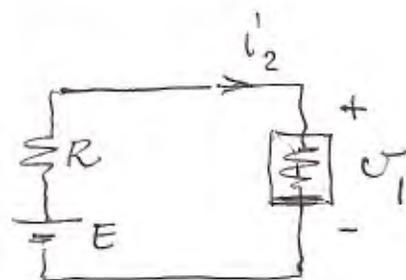
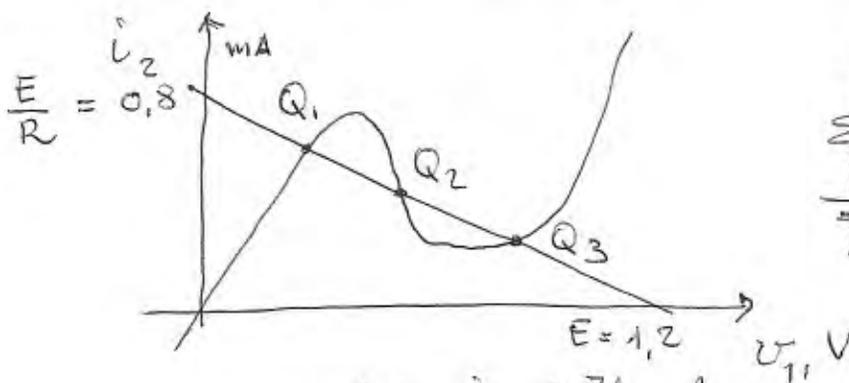
$$i_1 = i_2 - i_R \quad \boxed{\frac{dV_1}{dt} = -\frac{1}{C_1} g(V_1) + \frac{i_2}{C_1}}$$

$$V_2 = E - R i_2 - V_1 \quad L_2 \frac{di_2}{dt} = -V_1 - R i_2 + E$$

$$\boxed{\frac{di_2}{dt} = -\frac{V_1}{L_2} - \frac{R}{L_2} i_2 + \frac{E}{L_2}}$$

• Punti di equilibrio

$L_2$ : corto circuito;  $C_1$ : circuito aperto



$Q_1 : V_1 = 0.06 \text{ V} \quad i_2 = 0.76 \text{ mA}$

$Q_2 : V_1 = 0.29 \text{ V} \quad i_2 = 0.60 \text{ mA}$

$Q_3 : V_1 = 0.88 \text{ V} \quad i_2 = 0.20 \text{ mA}$

• Tipo dei punti di equilibrio

$$\frac{dv_1}{dt} = f_1(v_1, i_2) \quad f_1(v_1, i_2) = -\frac{1}{C_1} g(v_1) + \frac{1}{C_1} i_2$$

$$\frac{di_2}{dt} = f_2(v_1, i_2) \quad f_2(v_1, i_2) = -\frac{v_1}{L_2} - \frac{R}{L_2} i_2 + \frac{E}{L_2}$$

Calcolo lo Jacobiano :  $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1} & \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1} & \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \end{bmatrix}$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_1} = -\frac{1}{C} \frac{\partial g(v_1)}{\partial v_1} = (-0,5 \times 10^{12}) \times \frac{\partial g(v_1)}{\partial v_1}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_2} = \frac{1}{C} = 0,5 \times 10^{12}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial v_1} = -\frac{1}{L_2} = -0,2 \times 10^6$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_2} = -\frac{R}{L_2} = -0,3 \times 10^9$$

$$\frac{\partial g(v_1)}{\partial v_1} = (17,7 - 2 \times 103,79 v_1 + 3 \times 229,62 v_1^2 - 4 \times 226,31 v_1^3 + 5 \times 83,75 v_1^4) \text{ mS}$$

$$\text{In } Q_1 : \left. \frac{\partial g(v_1)}{\partial v_1} \right|_{Q_1} \approx 7,6 \text{ mS}$$

$$Q_2 : \left. \frac{\partial g(v_1)}{\partial v_1} \right|_{Q_2} \approx -3,68 \text{ mS}$$

$$Q_3 : \left. \frac{\partial g(v_1)}{\partial v_1} \right|_{Q_3} \approx 2,71 \text{ mS}$$

2/2/2011

3/3

Lo Jacobiano in  $Q_1$  diventa:

$$J|_{Q_1} = \begin{bmatrix} -3,8 \times 10^9 & +0,5 \times 10^{12} \\ -0,2 \times 10^6 & -0,3 \times 10^9 \end{bmatrix}$$

cui corrispondono due autovalori reali e negativi.

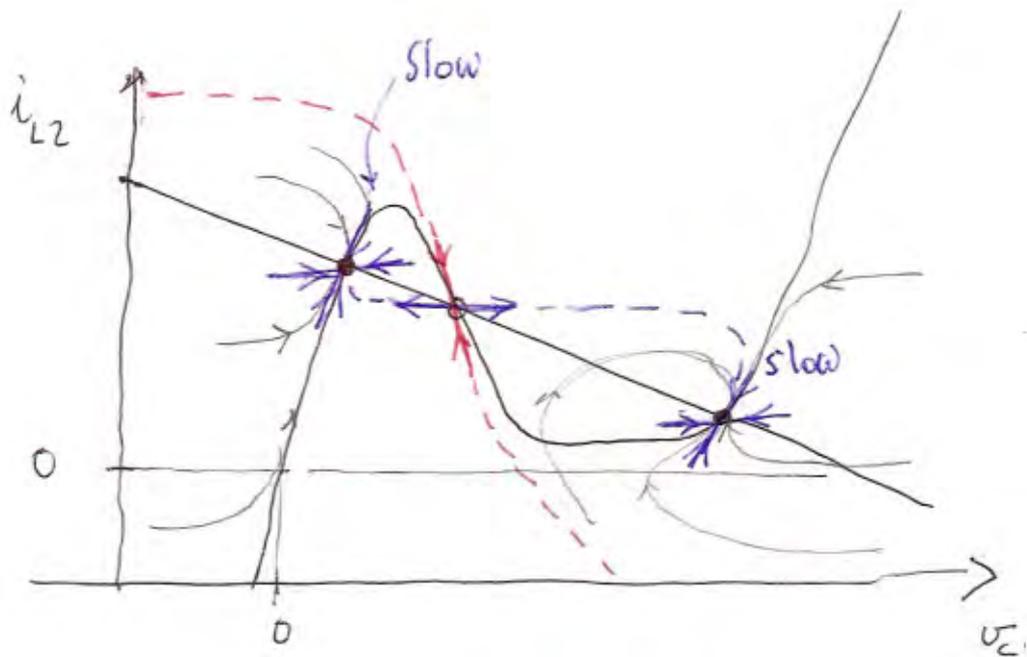
$Q_1$  è un NODO STABILE

In modo analogo si può verificare che

$Q_2$  è un punto di sella e  $Q_3$  nuovamente un nodo stabile.

Il calcolo dei rispettivi autovettori può dare un'idea dell'andamento delle traiettorie in un intorno dei punti di equilibrio.

Qui sotto si riporta un ritratto di fase qualitativo. Si noti che il comportamento previsto (nodo, sella) ha validita' limitata ad un intorno dei punti di equilibrio. Allo stesso modo gli autovettori corrispondenti al punto di sella danno indicazioni valide sulle direzioni delle traiettorie solo in vicinanza del punto di sella. Se si considera tutto il piano delle fasi, tali autovettori si deformano in curve, chiamate "separatrici" (indicate tratteggiate nella figura).



Qui sotto e' riportato il diagramma di fase del circuito considerato, tracciato ricorrendo all'integrazione numerica delle equazioni di stato usando MatLab. In rosso e in blu sono indicate le due separatrici corrispondenti al punto di sella (rosso: stabile, blu: instabile, rispettivamente).

