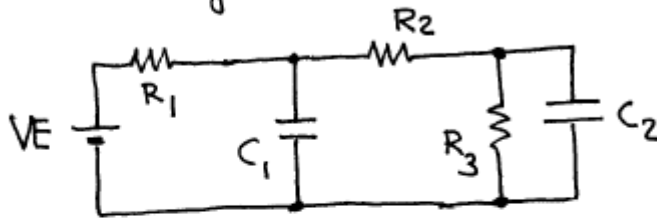


1)

Determinare le equazioni di stato del circuito seguente



$$\begin{aligned}
 V_E &= 10 \text{ V} \\
 R_1 &= 2 \text{ k}\Omega \\
 R_2 &= R_3 = 5 \text{ k}\Omega \\
 C_1 &= 10 \text{ nF}, C_2 = 10 \text{ nF}
 \end{aligned}$$

Calcolare il punto di equilibrio e determinarne il tipo al variare di R_2 (si faccia assumere a R_2 anche valori negativi)

Si verifichino i risultati trovati mediante simulazione

2)

Si consideri il seguente sistema non lineare (Strogatz, example 6.3.1, p.151)

$$\frac{dx}{dt} = -x + x^3$$

$$\frac{dy}{dt} = -2y$$

Si determini l'andamento qualitativo delle traiettorie nel piano delle fasi, ricercando i punti di equilibrio e determinandone la stabilità.

3)

Si consideri il seguente sistema non lineare (Strogatz, example 6.4, p.155)

$$\frac{dx}{dt} = x(3 - x - 2y)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(3 - x - y)$$

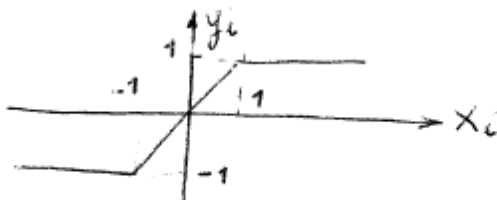
con $x > 0$ e $y > 0$. Queste equazioni sono note come "Lotka-Volterra model of competition". Si determini il comportamento qualitativo delle traiettorie nel piano delle fasi, ricercando i punti di equilibrio e determinandone la stabilità.

4)

Si consideri la rete neurale cellulare semplificata, composta da sole due celle, e descritta dal seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1 + a_{11} y_1 + a_{12} y_2 \quad (1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_2 + a_{21} y_1 + a_{11} y_2 \quad (2)$$



Assumendo $a_{11} = 1.1$, $a_{12} = -0.08$, $a_{21} = 2.0$:

1. Si determinino analiticamente tutti i punti di equilibrio della rete e le loro caratteristiche di stabilità.
2. Si determinino, per via numerica, le varietà stabili dei punti di sella.
3. Si verifichi che le varietà stabili dividono il piano x_1, x_2 (spazio delle fasi) in tre regioni, che rappresentano i bacini di attrazione di opportuni attrattori.
4. Si determinino (sfruttando il risultato ottenuto al punto 1 e mediante la simulazione) i tre attrattori della rete corrispondenti ai tre bacini di attrazione.
5. Si verifichi, mediante la simulazione nel tempo, la correttezza dei bacini di attrazione e degli attrattori determinati ai punti 3 e 4.