PROGETTO DI CELLE *RC*-ATTIVE CON UN SOLO AMPLIFICATORE
Soluzioni

1 Progetto di una cella PF passa-basso

Nel caso di amplificatore ideale si ottiene

$$\frac{V_\mathrm{u}}{V_\mathrm{e}} = \frac{1}{p^2 R_1 C_2 R_3 C_4 + p C_4 (R_1 + R_3) + 1}$$

$$q_\mathrm{p} = \sqrt{\frac{C_2}{C_4}} \frac{\sqrt{x}}{1+x} \qquad \text{con } x = R_3/R_1$$

$$\omega_\mathrm{p}^2 = \frac{1}{R_1 R_3 C_2 C_4}$$

Nel caso non ideale, detta A l'amplificazione ad anello aperto dell'amplificatore operazionale, si ottiene:

$$q_\mathrm{p} = \frac{(1+A)\sqrt{C_2 C_4 G_1 G_3}}{(1+A) C_4 (G_1 + G_3) + C_2 G_3}$$

$$S_A^{q_p} = \frac{\dfrac{A}{1+A} \dfrac{C_2 G_3}{1+A}}{C_4 (G_1 + G_3) + \dfrac{C_2 G_3}{1+A}}$$

da cui si ottiene:

$$\Gamma = \lim_{A \to \infty} A S_A^{q_\mathrm{p}} = \frac{C_2}{C_4} \frac{G_3}{G_1 + G_3} = \frac{C_2}{C_4} \frac{1}{1+x}$$

Assegnati q_p e C_2/C_4, l'equazione di q_p permette di ricavare un'equazione di secondo grado:

$$x^2 + 2 \left(1 - \frac{C_2}{2 q_\mathrm{p}^2 C_4} \right) x + 1 = 0$$

che ammette radici reali e positive solo se è verificata la disuguaglianza:

$$\frac{C_2}{C_4} \geq 4 q_\mathrm{p}^2$$

Se C_2 e C_4 soddisfano a questa disuguaglianza, allora l'equazione ha le radici reali x_1 e x_2; la maggiore delle due radici, $x_0 = \max(x_1, x_2)$, rende anche minimo il valore di Γ, visto che questa grandezza diminuisce monotonicamente con x.

Infine, assegato ω_p, si ha:

$$\begin{cases} R_1 = 1/(\omega_\mathrm{p} \sqrt{x_0 C_2 C_4}) \\ \\ R_3 = x_0 R_1 \end{cases}$$

2 Progetto di una cella PF passa-alto

Nel caso di amplificatore ideale si ottiene

$$\frac{V_\mathrm{u}}{V_\mathrm{e}} = \frac{p^2 C_1 C_3}{p^2 C_1 C_3 + p G_4 (C_1 + C_3) + G_2 G_4}$$

$$q_{\mathrm{p}} = \frac{\sqrt{C_1 C_3 G_2 G_4}}{G_4(C_1 + C_3)} = \sqrt{\frac{R_4}{R_2}}\,\frac{\sqrt{C_1/C_3}}{1 + C_1/C_3}$$

$$\omega_{\mathrm{p}}^2 = \frac{1}{C_1 C_3 R_2 R_4}$$

Nel caso non ideale, detta μ l'amplificazione dell'amplificatore, si ottiene:

$$q_{\mathrm{p}} = \frac{\sqrt{C_1 C_3 G_2 G_4}}{G_4(C_1 + C_3) + C_3 G_2 (1 - \mu)} \qquad \text{con } \mu = \frac{A}{1 + A}$$

$$S_A^{q_p} = S_\mu^{q_p} S_A^\mu = \frac{C_3 G_2}{G_4(C_1 + C_3) + C_3 G_2 (1 - \mu)}\,\frac{1}{1 + A}$$

da cui si ottiene:

$$\Gamma = \lim_{A \to \infty} A S_A^{q_{\mathrm{p}}} = \frac{C_3 G_2}{G_4(C_1 + C_3)} = \frac{R_4}{R_2}\,\frac{1}{1 + C_1/C_3} = q_{\mathrm{p}}^2 (1 + \frac{C_3}{C_1})$$

In questo caso, assegnati q_{p} e i valori dei condensatori, risulta fissato C_3/C_1 e quindi il valore di Γ. Per ridurre tale valore sarà bene scegliere $C_1 \geq C_3$.
Dal valore noto di q_{p} e dei condensatori si ricava il rapporto :

$$\frac{R_4}{R_2} = q_{\mathrm{p}}^2 (2 + \frac{C_3}{C_1} + \frac{C_1}{C_3}) = P \qquad \text{con } P = q_{\mathrm{p}}^2 (2 + \frac{C_3}{C_1} + \frac{C_1}{C_3})$$

Infine, assegnato ω_{p}, si ha:

$$\begin{cases} R_2 = \dfrac{1}{\omega_{\mathrm{p}} \sqrt{P C_1 C_3}} \\ R_4 = P R_2 \end{cases}$$