01JES Filtri e reti non lineari 17/02/2005

Soluzioni

1. a) La trasformazione di frequenza da usare è la trasformazione passa basso → passa banda

$$s = Q_0 \left(\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right)$$

con

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 30\,\mathrm{krad/s}$$

$$Q_0 = \frac{f_0}{f_a - f_b} = 2{,}73$$

b) Il circuito trasformato diventa

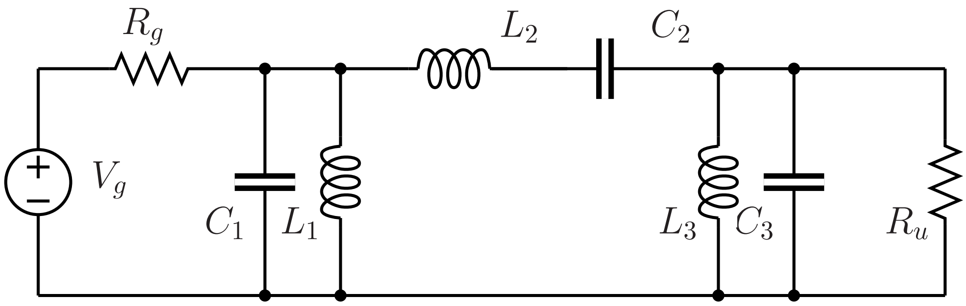


Figura 1. Filtro passa banda finale

I valori finali dei componenti sono:

$$L_1 = \frac{R_0}{Q_0\omega_0 c_1} = 292\,\mu\mathrm{H} \quad , \quad L_3 = L_1$$

$$C_1 = \frac{Q_0 c_1}{R_0\omega_0} = 96{,}5\,\mathrm{nF} \quad , \quad C_3 = C_1$$

$$L_2 = \frac{Q_0 R_0 l_2}{\omega_0} = 4{,}3\,\mathrm{mH}$$

$$C_2 = \frac{1}{R_0 Q_0 \omega_0 l_2} = 6{,}48\,\mathrm{nF}$$

$$R_g = r_g \times R_0 = 150\,\Omega \quad , \quad R_u = R_g$$

c) La frequenza di 30 kHz è la frequenza di centro banda f_0. A tale frequenza tutti i risonatori risuonano e quindi si riducono a un corto circuito (quelli serie) o a un circuito aperto (quelli parallelo). A tale frequenza V_u si ottiene come partizione di V_g tra due resistenze uguali. Quindi $|V_u|/|V_g| = 0{,}5$ ovvero -6dB.

2. a) L'espressione di q_p in funzione dell'amplificazione A è

$$q_p = \frac{\sqrt{G_1 G_3 C_2 C_4}}{C_4(G_1 + G_3) + \dfrac{C_2 G_3}{1 + A}}$$

b) Il prodotto guadagno-sensibilità vale

$$\Gamma_A^{q_p} = A S_A^{q_p} = \frac{C_2 G_3 A^2}{(1 + A)^2 C_4(G_1 + G_3) + C_2 G_3 (1 + A)}$$

c) Il valore del prodotto guadagno-sensibilità quando $A \to \infty$ è

$$\Gamma = \lim_{A\to\infty} \Gamma_A^{q_p} = \frac{C_2 G_3}{C_4(G_1 + G_3)}$$

3. a) L'equazione di stato, tenendo conto che $C = 1$, nelle tre regioni lineari ha, rispettivamente, la seguente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} &= -(2v+4) \quad \text{per} \quad v \le -1 \\ \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} &= 2v \quad \text{per} \quad -1 < v < 2 \\ \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} &= -v+6 \quad \text{per} \quad v \ge 2 \end{aligned}$$

b) Ci sono tre punti di equilibrio

$$\begin{aligned} P_{-1}(v,\hat{\imath}) &= (-2{,}0) \quad \text{stabile} \\ P_0(v,\hat{\imath}) &= (0{,}0) \quad \text{instabile} \\ P_{+1}(v,\hat{\imath}) &= (6{,}0) \quad \text{stabile} \end{aligned}$$

c) Dominio d'attrazione:

$$\begin{aligned} P_{-1} &: \; v < 0 \\ P_{+1} &: \; v > 0 \end{aligned}$$

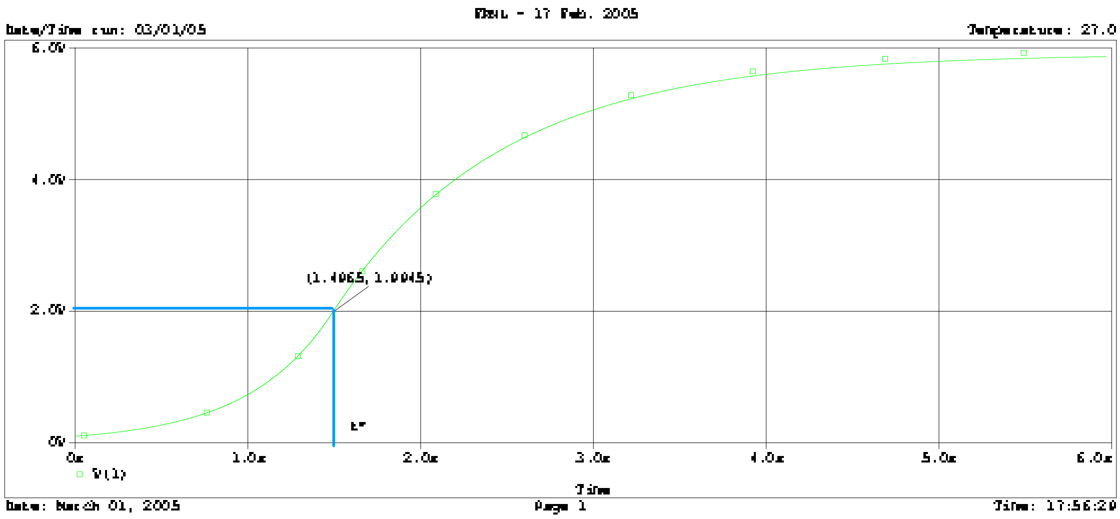
d) Caso $v(0) = 0{,}1\,\mathrm{V}$
Per $0 < t < t^*$, ove t^* è l'istante in cui $v(t^*) = 2\,\mathrm{V}$, l'espressione analitica di $v(t)$ è:

$$v(t) = 0{,}1\mathrm{e}^{2t} \quad , \quad t < t^* = \ln(20)/2$$

Per $t > t^*$ l'espressione analitica di $v(t)$ è:

$$v(t) = 6 - 4\mathrm{e}^{-(t-t^*)}$$

Il grafico di $v(t)$ è il seguente



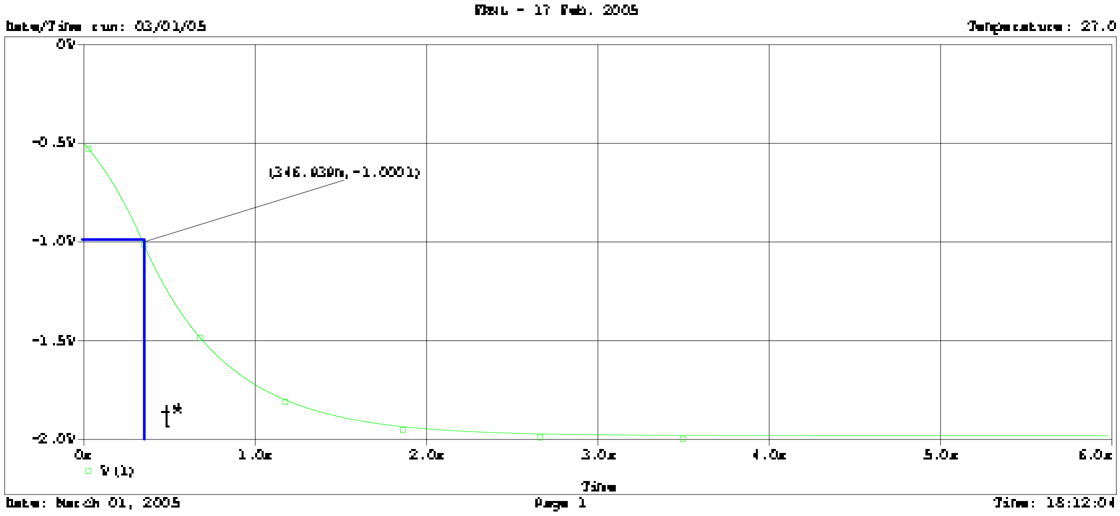
e) Caso $v(0) = -0{,}5\,\mathrm{V}$
Per $0 < t < t^*$, ove t^* è l'istante in cui $v(t^*) = -1\,\mathrm{V}$, l'espressione analitica di $v(t)$ è:

$$v(t) = -0{,}5\mathrm{e}^{2t} \quad , \quad t < t^* = \ln(2)/2$$

Per $t > t^*$ l'espressione analitica di $v(t)$ è:

$$v(t) = \mathrm{e}^{-2(t-t^*)} - 2$$

Il grafico di $v(t)$ è il seguente



17 Feb. 2005
Date/Time run: 03/01/05
Temperature: 27.0
0V
-0.5V
-1.0V
-1.5V
-2.0V
(346.830n,-1.0001)
t*
V(1)
Time
Date: March 01, 2005
Page 1
Time: 18:12:04