01JES Filtri e reti non lineari 01/02/2005

Soluzioni

1. a) Una generica curva di risposta alla Butterworth ha espressione

$$|H(\mathrm{j}\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2\Omega^{2n}}$$

b) il valore di ϵ è individuato dalle specifiche in banda passante

$$\epsilon = \sqrt{10^{0.1\alpha_M}-1} = \sqrt{10^{0.3}-1} \approx 1$$

Il grado n è individuato dalle specifiche in banda attenuata. Esse sono $\alpha_H \geq \alpha_{m1} = 20$dB per $\Omega_1 = 5$ e $\alpha_H \geq \alpha_{m2} = 40$dB per $\Omega_2 = 8$. A Ω_1 corrisponde un grado n_1 e a Ω_2 un grado n_2: la soluzione cercata corrisponde al maggiore tra n_1 e n_2. Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$n_1 \geq \frac{\alpha_{m1} - 20\log\epsilon}{20\log\Omega_1} = \frac{20}{20\log 5} = 1{,}43 \Rightarrow n_1 = 2;$$

$$n_2 \geq \frac{\alpha_{m2} - 20\log\epsilon}{20\log\Omega_1} = \frac{40}{20\log 8} = 2{,}21 \Rightarrow n_2 = 3;$$

Quindi la scelta è $n = 3$ e

$$|H(\mathrm{j}\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\Omega^6}$$

.

c) L'espressione della funzione di trasmissione $H(s)$ si ricava passando attraverso la generatrice del modulo

$$H(s)H(-s) = \frac{1}{1-s^6} = \frac{1}{(1-s^3)(1+s^3)} = \frac{1}{(1-s)(s^2+s+1)(1+s)(s^2-s+1)}$$

Considerando solo i fattori cui corrispondono radici nel semipiano di sinistra si ottiene

$$H(s) = \frac{1}{(1+s)(s^2+s+1)} = \frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

2.

$$S^{q_p}_{C_1} = -S^{q_p}_{C2} = 0{,}5$$

$$S^{q_p}_{R_1} = 0{,}5 - \frac{R_1}{R_1+R_2} = 0{,}5\frac{R_2-R_1}{R_1+R_2}$$

$$S^{q_p}_{R_2} = 0{,}5 - \frac{R_2}{R_1+R_2} = 0{,}5\frac{R_1-R_2}{R_1+R_2}$$

3. Le equazioni di stato sono:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{C}\left(2v_C - v_c^3 - i_L\right) \\ \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{L}\left(v_C - Ri_L\right) \end{aligned}$$

I punti di equilibrio si calcolano ponendo a zero le derivate. Ci sono tre punti di equilibrio Q_{-1} , Q_0 , Q_{+1} , le cui proprietà si ottengono dalla matrice Jacobiana.

$$\begin{aligned} Q_{-1}(v_C,i_L) &= (-1,-1)\ , \quad \text{fuoco stabile;} \\ Q_0(v_C,i_L) &= (0,0)\ , \quad \text{punto di sella instabile;} \\ Q_{+1}(v_C,i_L) &= (1,1)\ , \quad \text{fuoco stabile.} \end{aligned}$$